wiederholte Spiele

endlich

1 NE des Stufenspiels

Es wird in jeder Runde dieses NE gespielt

Idee: Rückwärtsinduktion

mehrere NE des Stufenspiels

Man kann mit „schlechten" NEs drohen und dadurch Kooperation erzwingen.

Drohung muß ein NE sein

unendlich

normalerweise Diskontierung

Man kann auch mit nicht NEs drohen (d.h. auch wenn es nur 1 NE gibt kann gedroht werden)

Idee: immer kooperieren > einmal abweichen + immer bestraft werden

nicht unbedingt NE

Formeln

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = \frac{1}{1-\delta} \quad \text{(geom. Reihe)}$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} \delta^t = \frac{\delta}{1-\delta}$$

Cournot, Monopol (Blatt 5)

$P(Q) = a - bQ$

$MC(Q) = c$

$\Pi_1^C = \frac{(a-c)^2}{9b}$ Gewinn einer Firma bei Cournot

$\Pi_1^M = \frac{1}{2} \frac{(a-c)^2}{4b}$ Monopolgewinn einer Firma

$= \frac{(a-c)^2}{8b}$

$\Pi^{abweichen} = \frac{9}{64} \frac{(a-c)^2}{b}$ andere Firma hält sich an Monopolmenge, ich weiche ab

	Monopolmenge	Cournotmenge	Kampfmenge
Monopolmenge	$\frac{(a-c)^2}{8b} \mid \frac{(a-c)^2}{8b}$		$\mid \frac{9}{64} \frac{(a-c)^2}{b}$
Cournotmenge		$\frac{(a-c)^2}{9b} \mid \frac{(a-c)^2}{8b}$ ist NE	
Kampfmenge	$\frac{9}{64} \frac{(a-c)^2}{b} \mid$		

BSP $P(Q) = 20 - (Q_1 + Q_2)$

$c(Q) = 8Q$

Reaktionsfkt: $Q_1(Q_2) = 6 - \frac{Q_2}{2}$

Monopol:

$\max_Q \; (P(Q) - 8) \cdot Q = (20 - 8 - Q) \cdot Q = 12Q - Q^2$

FOC $\quad 12 - 2Q = 0 \Rightarrow Q = 6 \qquad$ (z.B. $Q_1 = Q_2 = 3$)

Gesamt-Monopol-Gewinn $\quad 12 \cdot 6 - 36 = 36$

$\rightarrow \Pi_1^M = 18$

Cournot

$Q_1(Q_2(Q_1)) = 6 - \frac{1}{2}\left(6 - \frac{1}{2} Q_1\right)$

$\Rightarrow \quad Q_1 = 6 - 3 + \frac{1}{4} Q_1$

$\Rightarrow \quad 3/4 \, Q_1 = 3$

$\Rightarrow \quad Q_1 = 4 \quad \Rightarrow Q_2 = 4 \quad \Rightarrow Q = 4 + 4 = 8$

Gewinn pro Firma

$\Pi_1^C = \Big(\underbrace{(20-8)}_{P} - 8\Big) \cdot 4 = 16$

Kampf, d.h. der andere spielt halbe Monopolmenge ($Q = 3$)

Reaktionsfkt $Q_1(Q_2) = Q_1(3) = 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 = 4{,}5$

$\Pi_1 = \Big(\underbrace{(20 - 7{,}5)}_{P} - 8\Big) \, 4{,}5 = (4{,}5)^2 = 20{,}25$

$\Pi_2 = 4{,}5 \cdot 3 = 13{,}5$

(5)

	3 Monopolmenge	4 Cournot	4,5 Kampf	3,75 Doppelkampf
Monopol	18, 18	15; 20	13,5; 20,25	
Cournot	20; 15	16, 16 *	14; 15,75	
Kampf	20,25; 13,5	15,75; 14	13,5; 13,5	

Sp1 Cournot spielen dominiert (streng) Monopol zu spielen

	Cournot	Kampf
⇒ Cournot	16, 16	14; 15,75
Kampf	15,75; 14	13,5; 13,5

Cournot dominiert (streng) Kampf

⇒ Cournot / Cournot überlebt als <u>einziges</u> Strategiepaar die Eliminierung (streng) dominierter Strategien
⇒ einziges NE

Mischfälle

Beide spielen $Q_1 = Q_2 = 4,5$

$$\Pi_1 = \left(\left(\underbrace{20-9}_{P}\right) - 8\right) \cdot 4,5 = 3 \cdot 4,5 = 13,5$$

[Beide „Kampf" **kein** NE (normalerweise), da

$Q_1(Q_2) = Q_1(4,5) = 6 - \frac{1}{2} 4,5 = 3,75$]

Firma 1: $Q_1 = 4,5$ Kampf
Firma 2: $Q_2 = 4$ Cournot
$\Rightarrow$
$\Pi_1 = (20 - 8,5 - 8) \cdot 4,5 = 15,75$
$\Pi_2 = (20 - 8,5 - 8) \cdot 4 = 14$

Firma 1: $Q_1 = 3$ Monopol
Firma 2: $Q_2 = 4$ Cournot
$\Rightarrow$
$\Pi_1 = (\overbrace{20-7}^{P} - 8) \cdot 3 = 15$
$\Pi_2 = (20 - 7 - 8) \cdot 4 = 20$

Endliche Wiederholungen:

→ spiele immer Cournot

unendliche Wiederholungen

→ betrachte (weil 's einfacher ist)

das Spiel

	Monopol	Cournot
Monopol	18, 18	15, 20
Cournot	20, 15	16, 16

Es gibt Diskontierung mit δ. Wie groß muß δ sein, damit folgendes ein NE ist

·) spiele Monopol, wenn der andere noch nie Cournot gespielt hat

·) spiele Cournot, wenn der andere in der Vergangenheit mindestens ein Mal Cournot gespielt hat.

Wenn sich beide an diese Strategie halten

Auszahlung $18 + 18\delta + 18\delta^2 + \dots$

$$= 18 \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = 18 \frac{1}{1-\delta}$$

Lohnt es sich für mich abzuweichen

$$20 + 16\delta + 16\delta^2 + \dots$$

$$= 20 + 16 \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t = 20 + 16 \frac{\delta}{1-\delta}$$

Abweichen darf sich nicht lohnen, d.h

$$18 \frac{1}{1-\delta} \geq 20 + 16 \frac{\delta}{1-\delta}$$

$$\Leftrightarrow \quad 18 \geq 20(1-\delta) + 16\delta$$

$$= 20 - 20\delta + 16\delta$$

$$= 20 - 4\delta$$

$$\Leftrightarrow \quad 4\delta \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \quad \delta \geq 1/2$$

Diese Strategie ist ein NE, wenn die Zukunft genug wertvoll ist, d.h die Diskontierung $\geq 1/2$